VETORES

Grandezas Escalares e Vetoriais

Uma grandeza física é um escalar quando pode ser caracterizada apenas por um número, sem necessidade de associar-lhe alguma orientação.

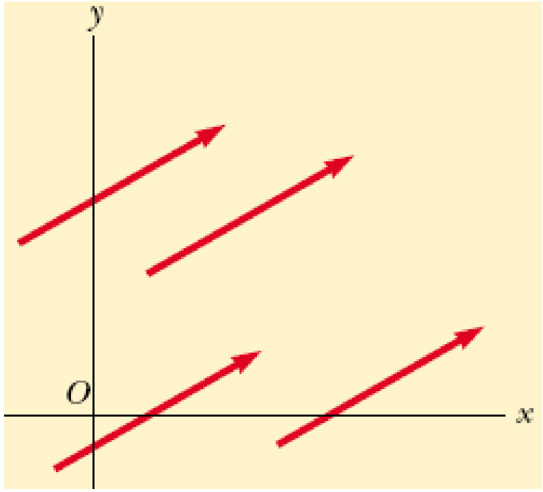
Exemplos:

- Massa de uma bola: 0,25 kg
- Tempo para a massa mover-se de uma certa distância
- Temperatura (lida no termômetro)
- Energia de um corpo
- Carga elétrica

Vetores

Uma grandeza vetorial possui não apenas um módulo (ou intensidade), mas também uma direção e um sentido. Deve, pois, ser representada por um vetor.

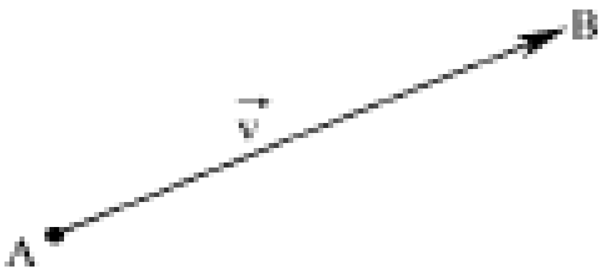
A velocidade é uma grandeza vetorial. Para especificá-la, não basta dar apenas o seu módulo, por exemplo, 20 m/s, mas também sua direção e o sentido do movimento.



Notação

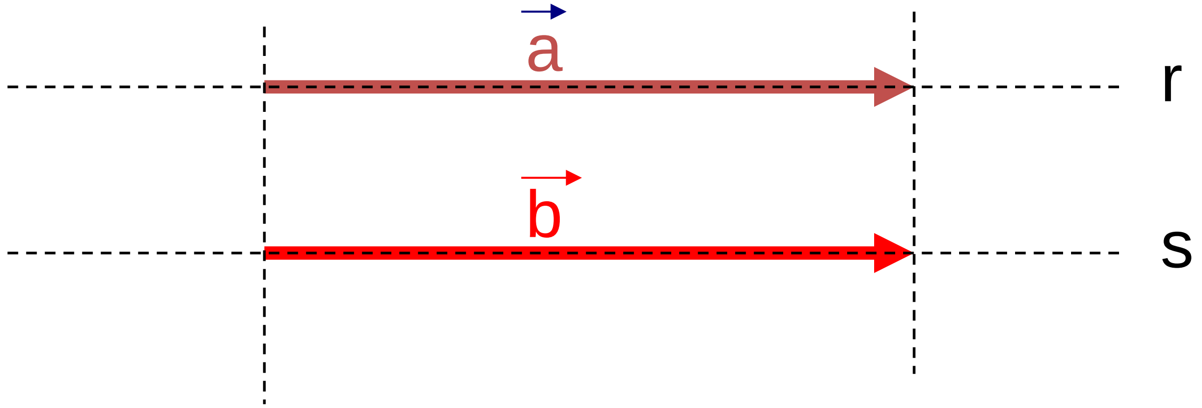
$$\vec{v} = \overrightarrow{AB} \text{ ou } B - A$$

Observe que dois ou mais segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido representam o mesmo vetor.



A é a origem e B a extremidade do segmento

Igualdade de vetores



Mesmo Módulo, Mesma Direção e Mesmo Sentido

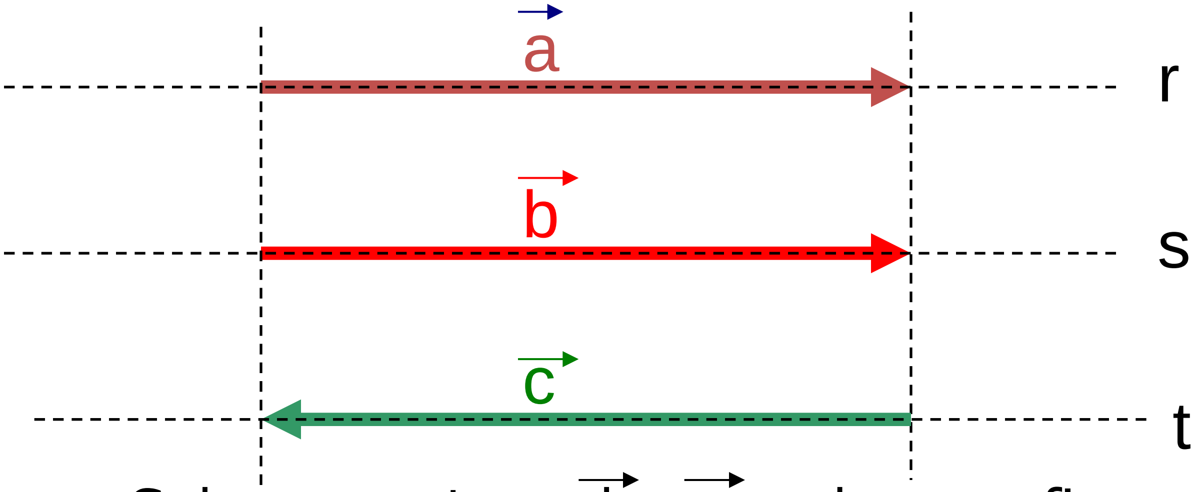
$$\boxed{\vec{a} = \vec{b}}$$

O vetor $\vec{a}$ é igual ao vetor $\vec{b}$.

Indicamos o módulo de $\vec{v}$ por $|\vec{v}|$.

Casos particulares

- Vetores Opostos



Sobre os vetores $\vec{b}$ e $\vec{c}$ podemos afirmar:

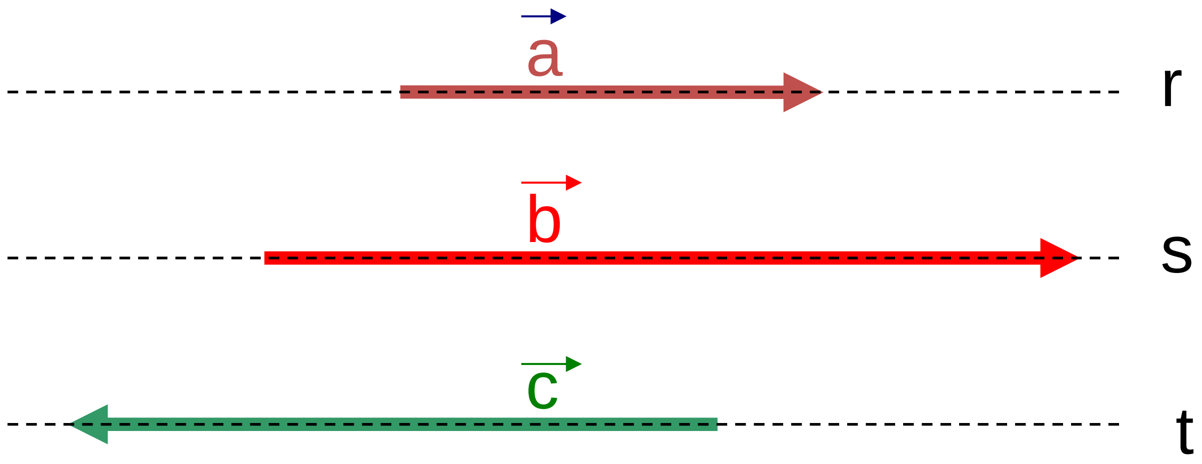
Tem o mesmo módulo, mesma direção mas sentidos opostos.

$$\boxed{\vec{a} = \vec{b} = -\vec{c}}$$

O vetor $\vec{c}$ é oposto aos vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

Casos particulares

- Vetores Paralelos



Seus representantes possuem a mesma direção.

Casos particulares

- *<u>Vetor Zero</u>* – A origem coincide com a extremidade, qualquer ponto é seu representante.

- *<u>Vetor Unitário</u>* – possui módulo igual a 1.

$$|u| = 1$$

A cada vetor $v \neq 0$ é possível associar dois vetores unitários de mesma direção de v:

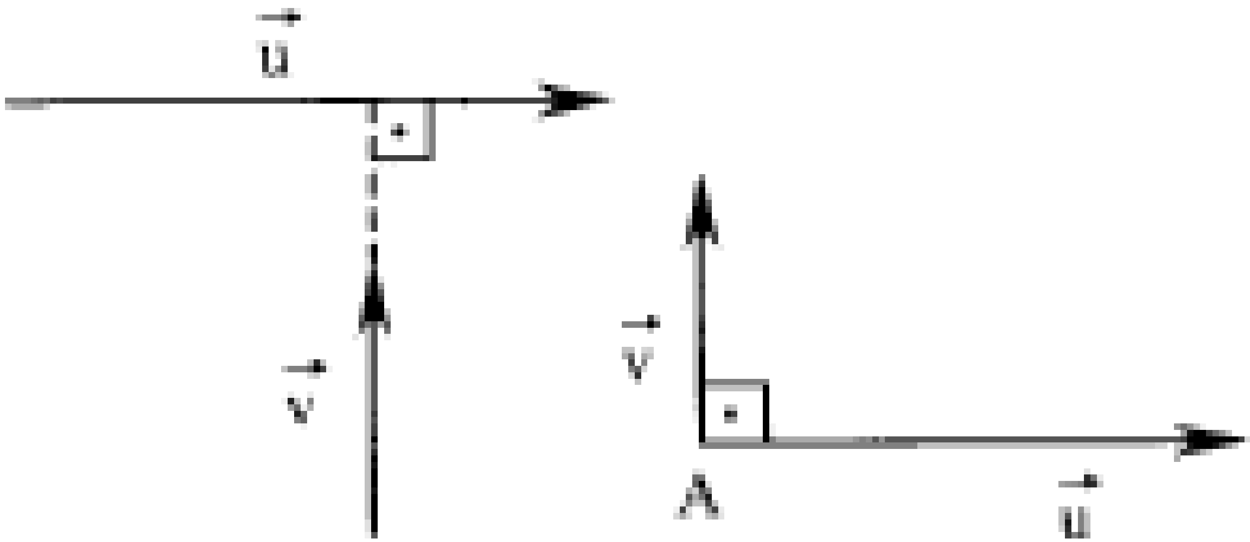
$$u \text{ e } -u$$

O vetor u de mesmo sentido de v é chamado versor de v.

Casos particulares

- *Vetores Ortogonais* – $\vec{u} \perp \vec{v}$

Se algum representante de $\vec{u}$ formar ângulo reto com um representante de $\vec{v}$.

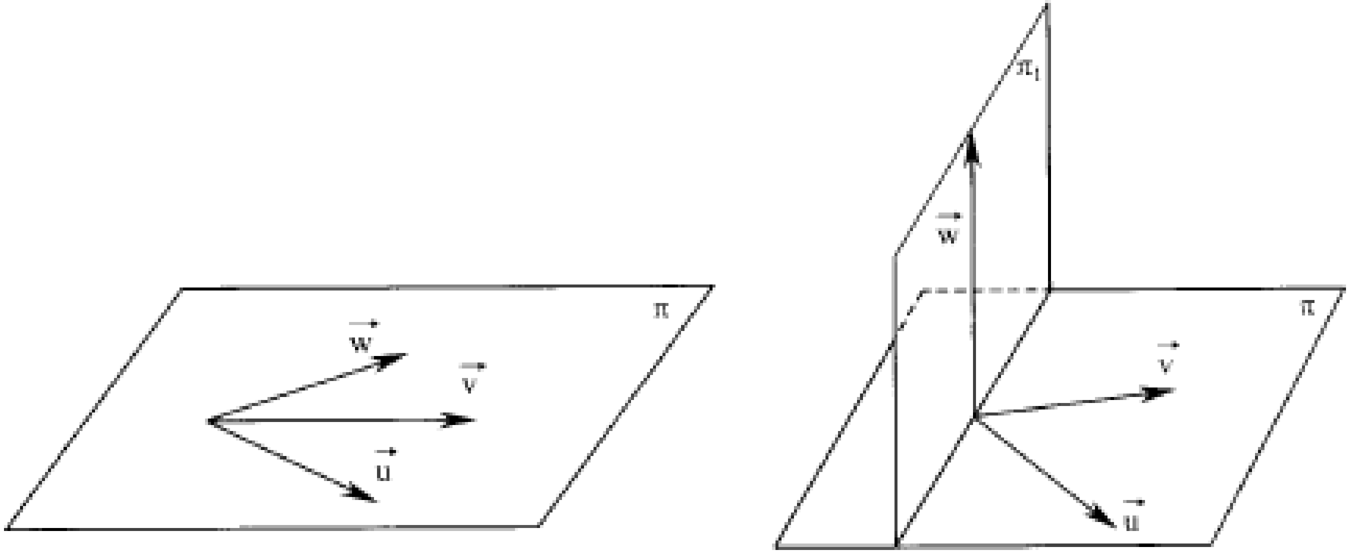


Casos particulares

- *Vetores Coplanares*

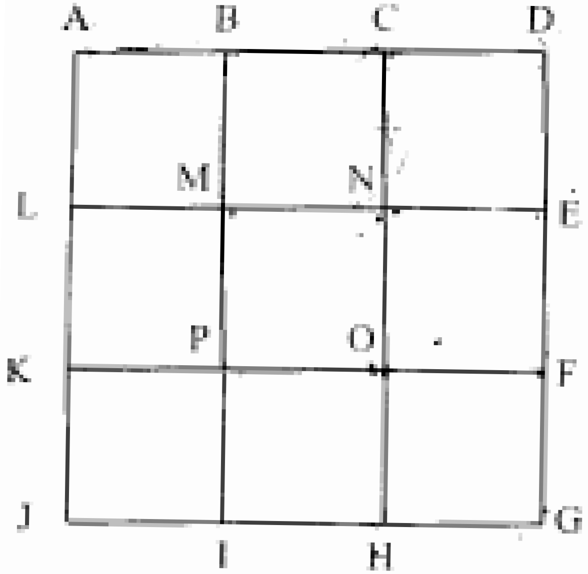
Existe um plano no qual estes vetores estão representados.

Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são sempre coplanares.



Exemplos

1) A Figura 1.12 é constituída de nove quadrados congruentes (de mesmo tamanho). Decidir se é verdadeira ou falsa cada uma das seguintes afirmações:



a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OF}$

b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{PH}$

c) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OP}$

d) $\overrightarrow{BL} = -\overrightarrow{MC}$

e) $\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{ED}$

f) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{MG}$

g) $\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{FI}$

h) $\overrightarrow{AC} \,//\, \overrightarrow{HI}$

i) $\overrightarrow{JO} \,//\, \overrightarrow{LD}$

j) $\overrightarrow{AJ} \,//\, \overrightarrow{FG}$

k) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{EG}$

l) $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BL}$

m) $\overrightarrow{PE} \perp \overrightarrow{EC}$

n) $\overrightarrow{PN} \perp \overrightarrow{NB}$

o) $\overrightarrow{PN} \perp \overrightarrow{AM}$

p) $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{FP}|$

q) $|\overrightarrow{IF}| = |\overrightarrow{MF}|$

r) $|\overrightarrow{AJ}| = |\overrightarrow{AC}|$

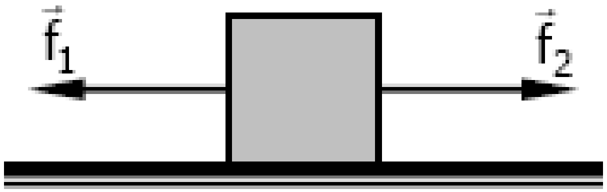
s) $|\overrightarrow{AO}| = 2\,|\overrightarrow{NP}|$

t) $|\overrightarrow{AM}| = |\overrightarrow{BL}|$

OPERAÇÕES COM VETORES

Adição (e Subtração) de Vetores

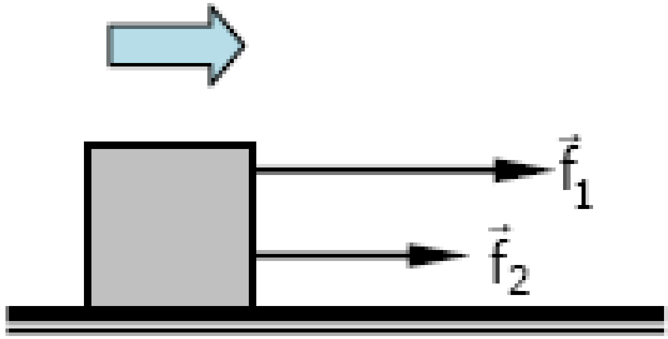
CASO 1: Vetores com mesma direção (paralelos ou colineares):

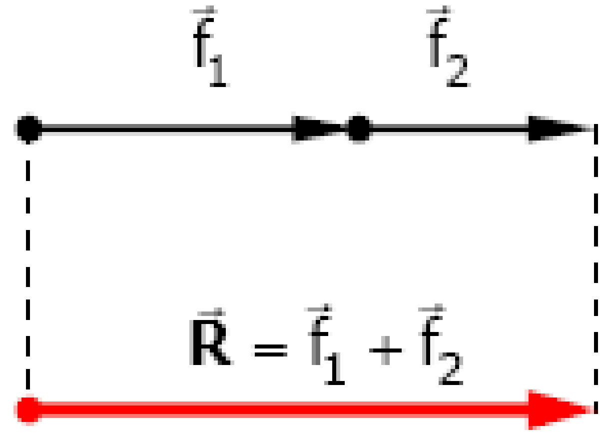


$$\vec{R} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 = \vec{0} \quad \therefore \quad |\vec{R}| = 0\,N$$

$$|\vec{f}_1| = 100\,N \quad e \quad |\vec{f}_2| = 100\,N$$

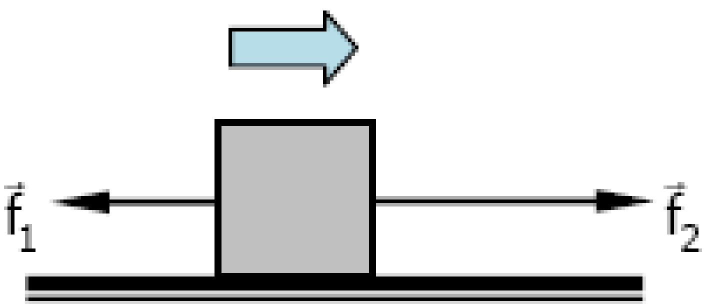
NOTA: Quando adicionamos dois ou mais vetores, temos como resultado um novo vetor denominado **“vetor soma”** ou **“vetor resultante”**; sendo este último termo o mais comum.

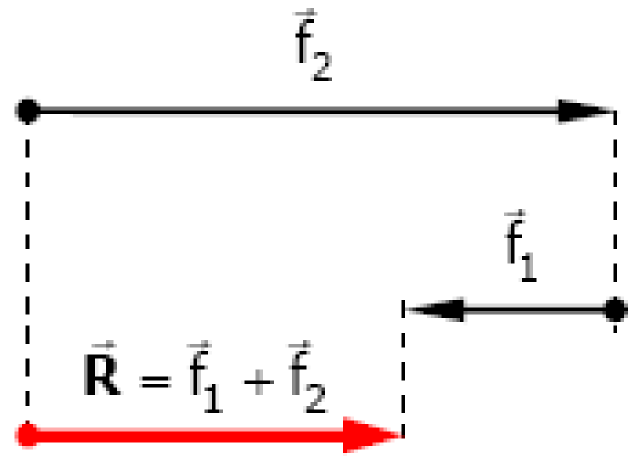




$|\vec{f}_1| = 120\,N$ e $|\vec{f}_2| = 100\,N$

$$\vec{R} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 \quad \therefore \quad |\vec{R}| = 220\,N$$





$|\vec{f}_1| = 50N$ e $|\vec{f}_2| = 120N$

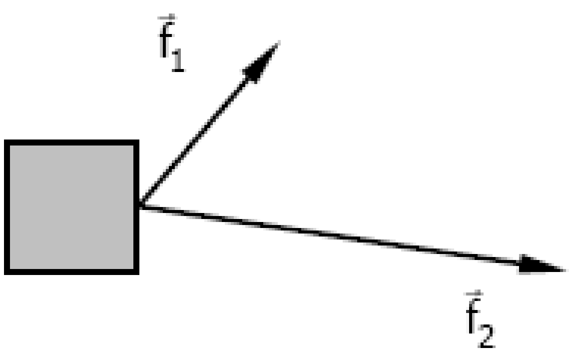
$$\vec{R} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 \quad \therefore \quad |\vec{R}| = 70N$$

CASO 2: Vetores com direções diferentes (não paralelos):

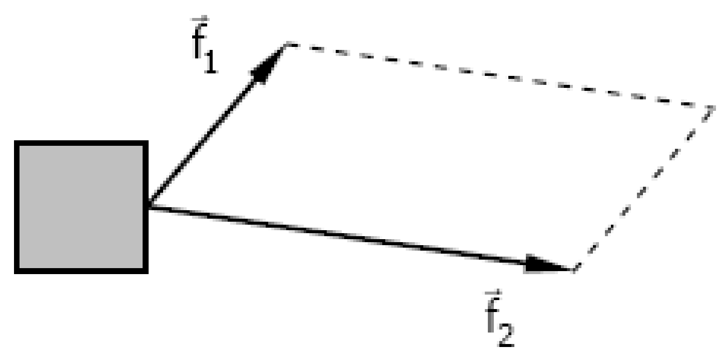
1) Regra do Paralelogramo

Construímos um paralelogramo unindo a origem dos dois vetores e traçando retas paralelas a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$ a partir de suas extremidades.

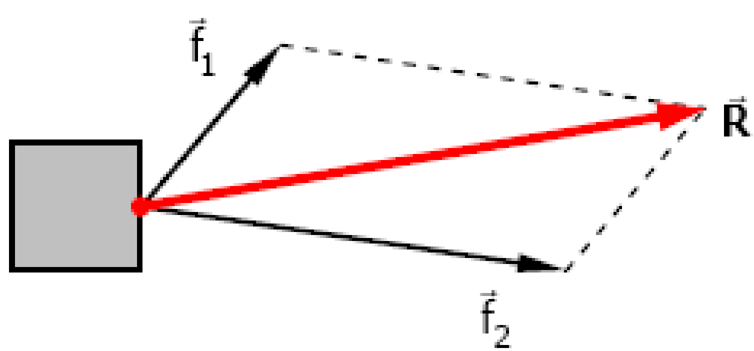
I



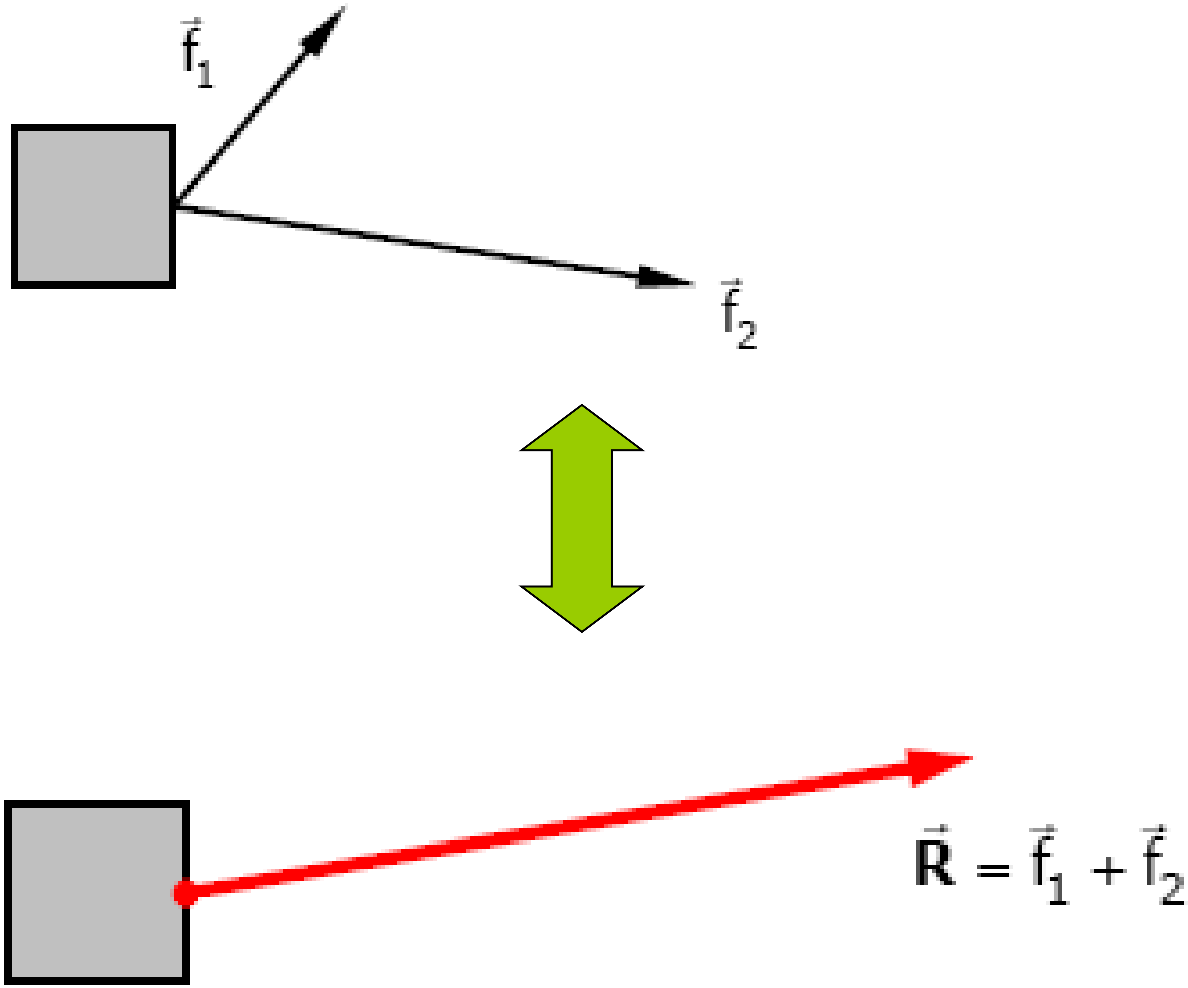
II



III

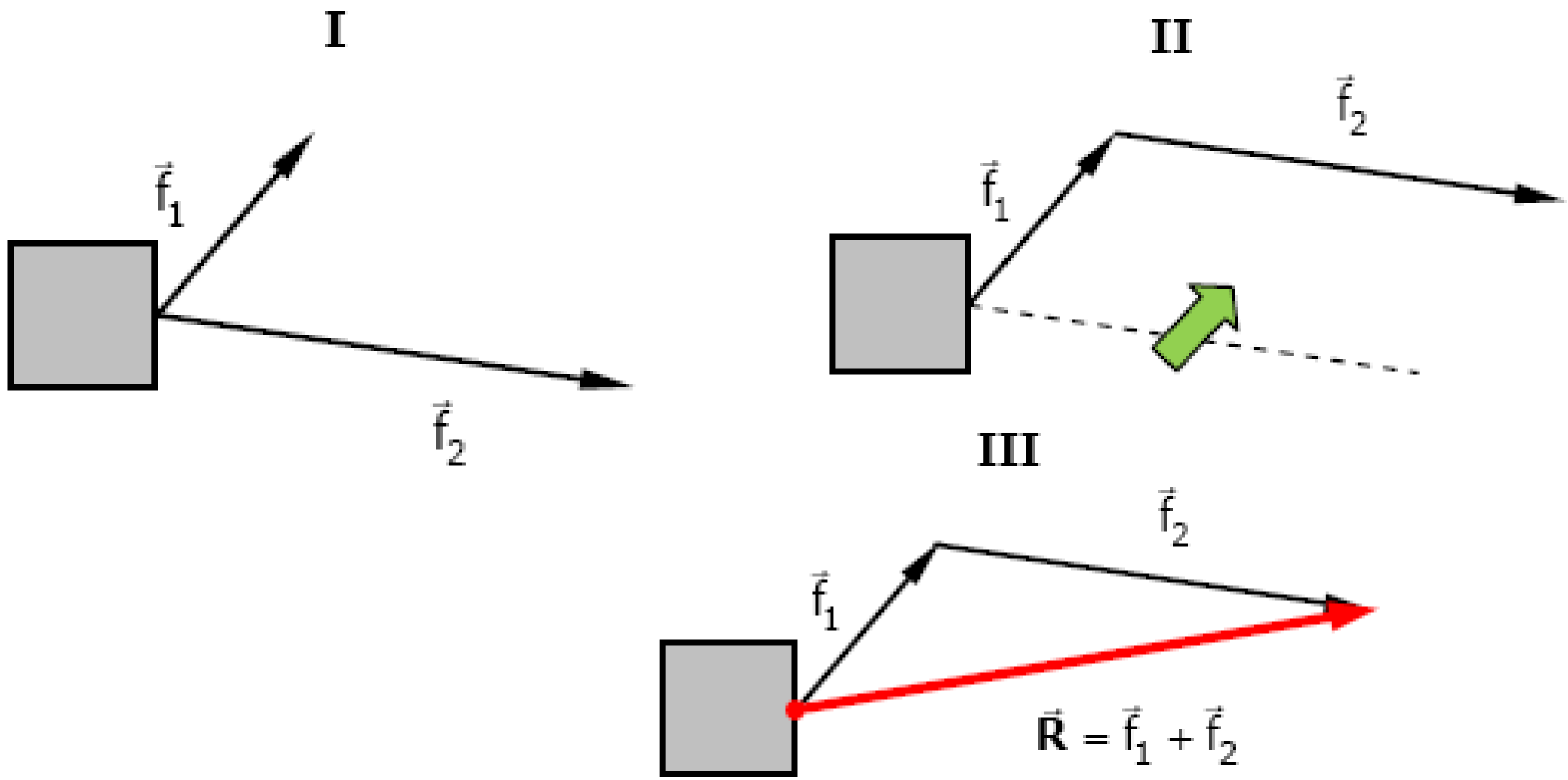


Podemos dizer, de maneira informal, que o vetor resultante faz o mesmo papel, ou que tem a mesma função, ou ainda que executa o mesmo trabalho dos vetores que o resultaram.



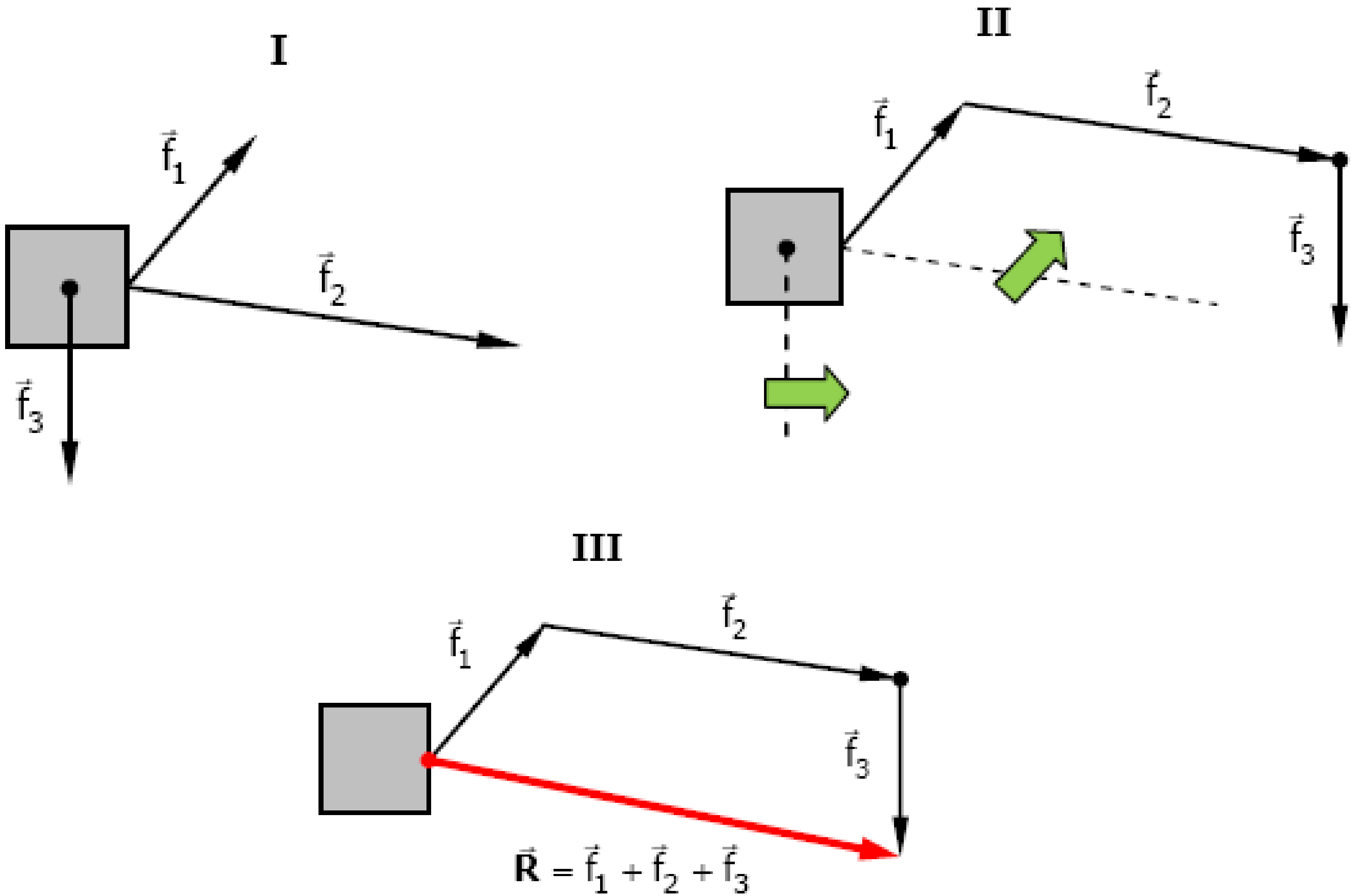
2) Método do Polígono (Linha Poligonal)

Translada-se um dos vetores colocando sua origem na extremidade do outro vetor.

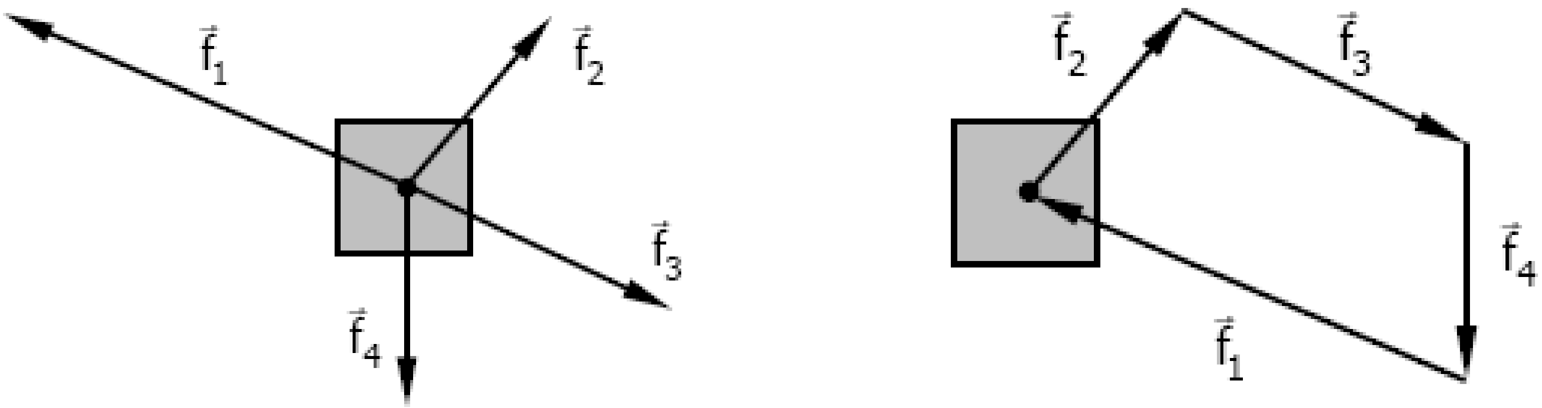


O vetor resultante (vetor soma) terá sua origem comum ao “primeiro” vetor e sua extremidade comum à extremidade do “último” vetor. Note que o vetor resultante fecha um polígono com os vetores somados.

Soma de mais de dois vetores



No caso abaixo, o vetor resultante é NULO. Observe que "organizando" os vetores na sequência "extremidade-origem", a linha poligonal se fecha não deixando espaço para o vetor resultante.



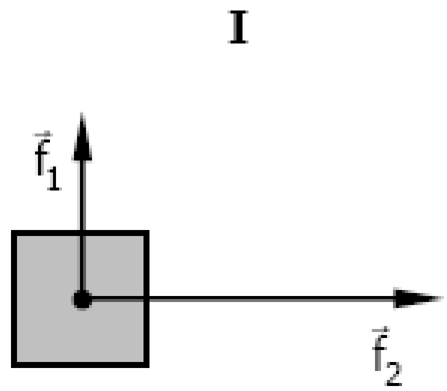
$$\vec{\mathbf{R}} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 + \vec{f}_4 = \vec{0}$$

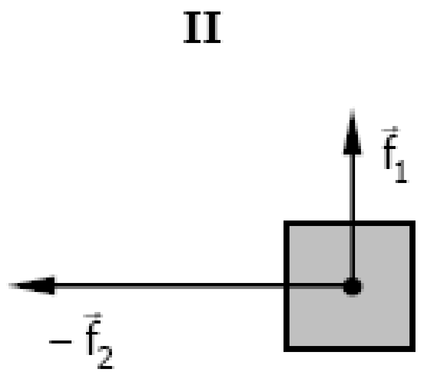
O **método do paralelogramo** "adiciona" **apenas dois vetores** em cada operação, entretanto o método do polígono pode "adicionar" uma quantidade finita qualquer de vetores numa única operação.

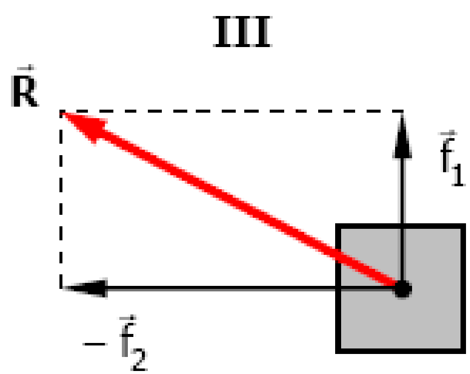
A Subtração de Vetores: Um Caso Particular da Adição

A expressão $\vec{R} = \vec{f}_1 - \vec{f}_2$ pode ser escrita como $\vec{R} = \vec{f}_1 + (-\vec{f}_2)$.

Portanto, para subtrair $\vec{f}_2$ de $\vec{f}_1$ devemos ADICIONAR $\vec{f}_1$ com $-\vec{f}_2$, sendo este último, o vetor oposto de $\vec{f}_2$.

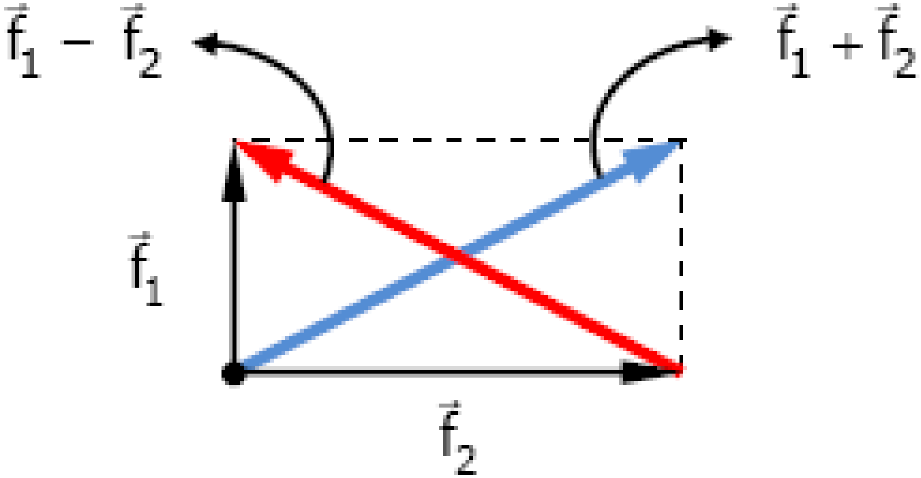






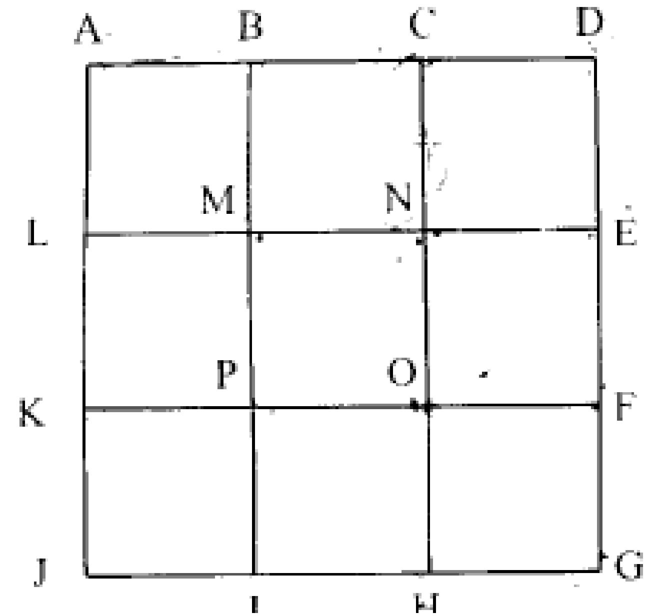
com $\vec{R} = \vec{f}_1 - \vec{f}_2$

Agora, veja no esquema abaixo, o vetor resultante da **soma** e da **subtração** dos mesmos dois vetores.



Exemplos

1) Com base na figura, determine os vetores abaixo, expressando-os com origem no ponto A:



a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$

c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC}$

d) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AK}$

e) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{EO}$

f) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BL}$

g) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AN}$

h) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OE}$

i) $\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{NP}$

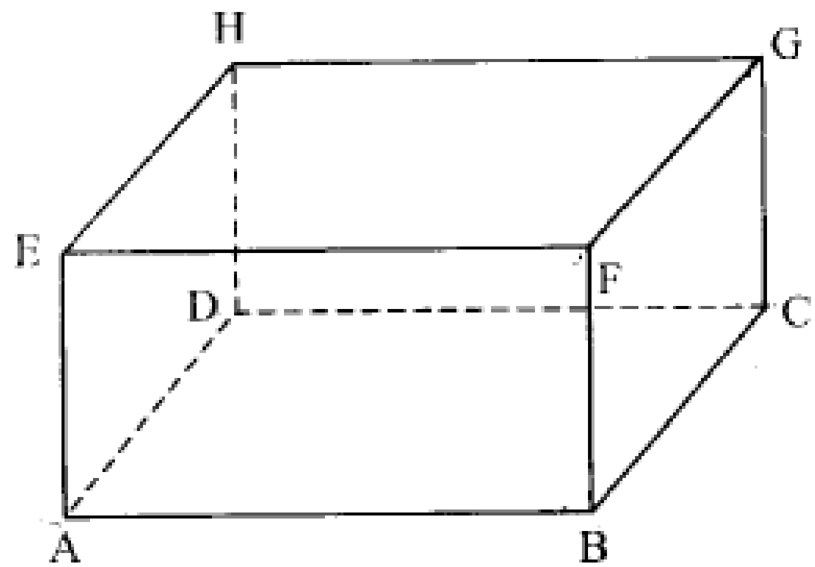
j) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CB}$

k) $\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NF}$

l) $\overrightarrow{BL} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{PB}$

Exemplos

2) Com base na figura, determine os vetores abaixo, expressando-os com origem no ponto A:



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG}$

b) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE}$

c) $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EH}$

d) $\overrightarrow{EG} - \overrightarrow{BC}$

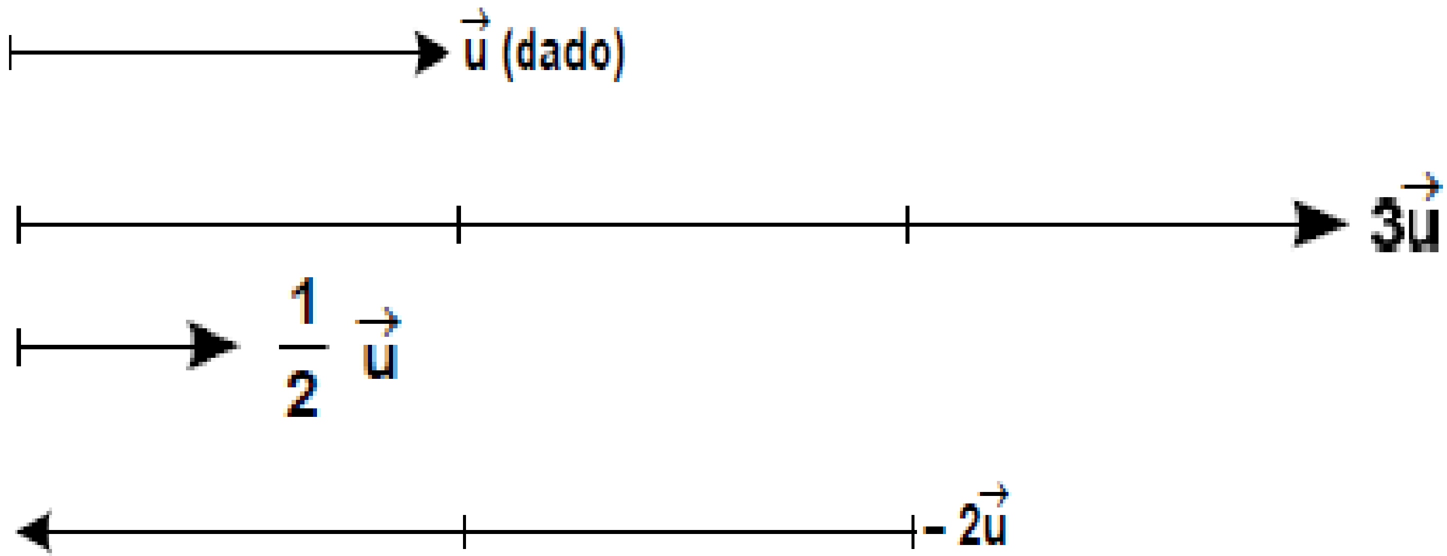
e) $\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{EH}$

f) $\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{FB}$

g) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$

h) $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{FH}$

Multiplicação de um vetor por um número real



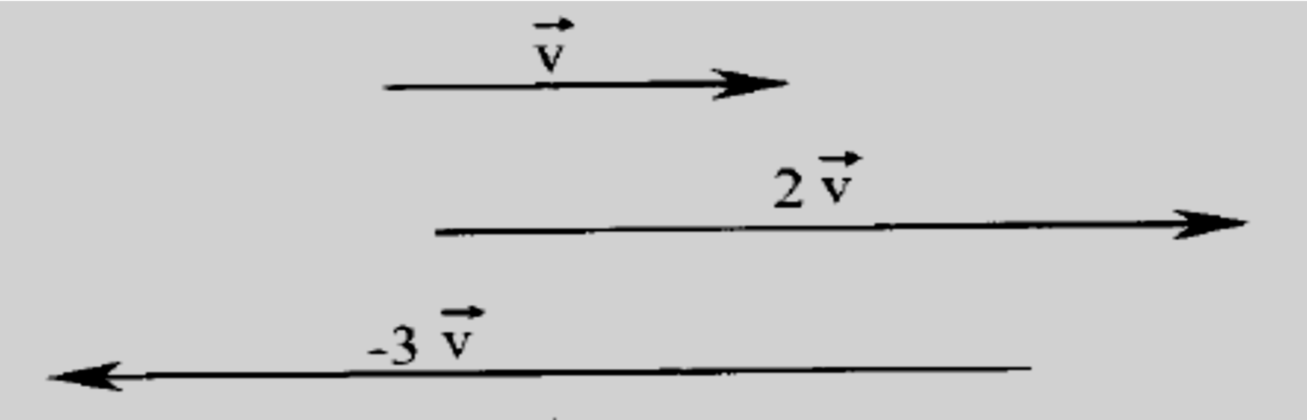
Propriedades

1) módulo: $|\alpha\vec{v}| = |\alpha||\vec{v}|$ → o comprimento de $\alpha\vec{v}$ é igual ao comprimento de $\vec{v}$ multiplicado por $|\ \alpha\ |$.

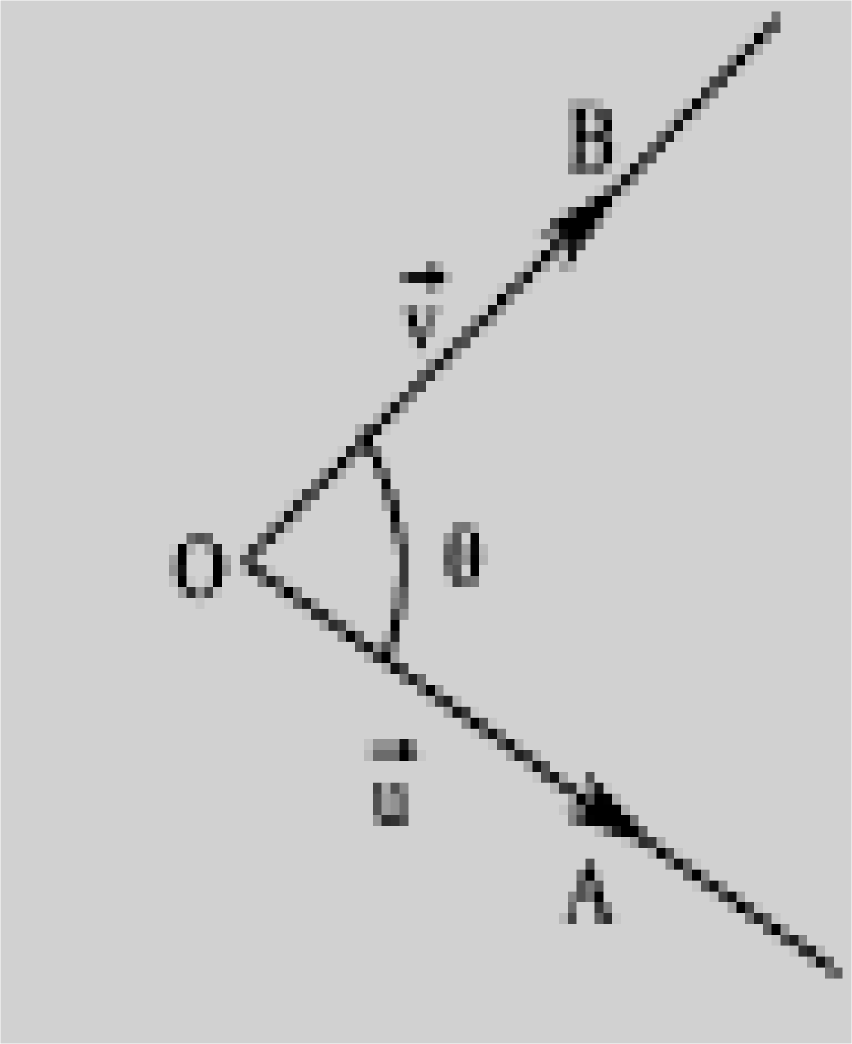
2) direção: $\alpha\vec{v}$ é paralelo a $\vec{v}$.

3) sentido: $\alpha\vec{v}$ e $\vec{v}$ têm o mesmo sentido se $\alpha > 0$, e contrário se $\alpha < 0$.

Se $\alpha = 0$ ou $\vec{v} = 0$, então $\alpha\vec{v} = 0$.



Ângulo de dois vetores



$\vec{u} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$

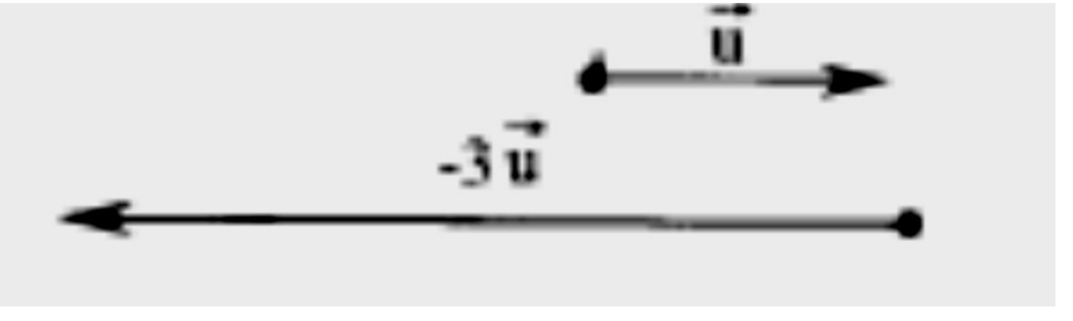
e $0 \leq \theta \leq \pi$

ou $0^o \leq \theta \leq 180^o$

Se $\vec{u} \parallel \vec{v}$, e $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tem o mesmo sentido então $\theta = 0$.

Se $\vec{u} \parallel \vec{v}$, e $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tem sentidos contrários

então $\theta = \pi$.



Exercícios Sugeridos

- \- Págs.: 14 a 17 (1,2,3,4,5,12)